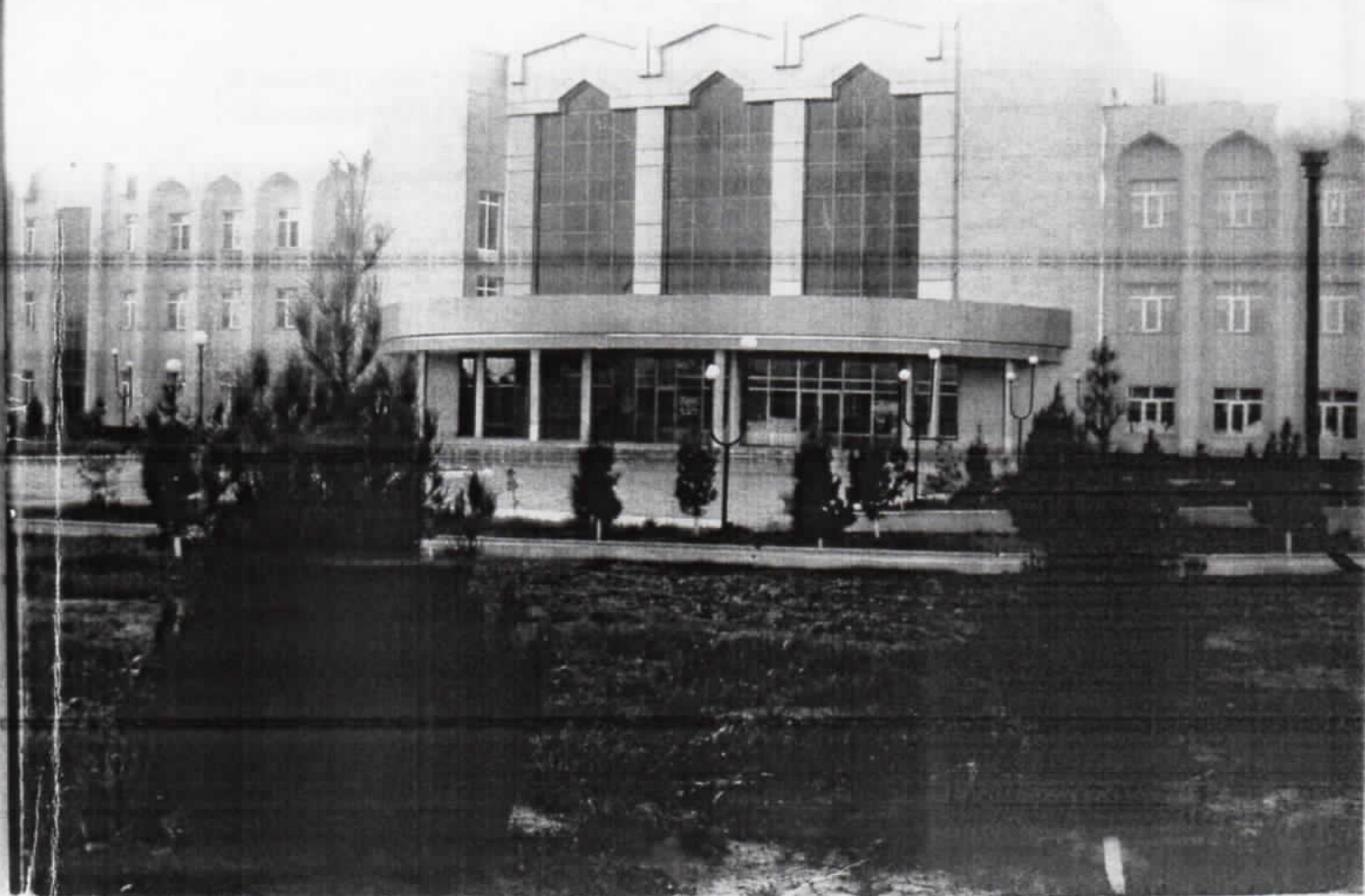


Қарши ДУ АХБОРОТНОМАСИ



тенгламанинг счими бўлиши кўрсатилган. Критик ГВП назарияси асосий леммасининг дифференциал аналогини исботлаиб, унинг классик лимит теоремаларини Стейн-Тихомиров усули билан исботлашдаги қўлланилиш имкониятлари Яглом теоремаси мисолида тахлил этилган.

RESUME

In this paper an asymptotical behaviors of stationary measures of Lamperti-Ney stochastic branching processes model are investigated. This model is called as Q-processes in the literature. In the case when the classical Galton-Watson processes (ГВП) are critical we prove that the generating functions of the stationary measures of Q-processes satisfy the Abel type functional equation: The differential analog of the basic lemma of the theory of critical ГВП is proved and its possibility of application in proofs of the classical limit theorems by the Stein-Tikhomirov method in example of the Yaglom theorem is shown.

НЕЛОКАЛЬНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Абулов М.О., канд. физ.-мат. наук (КарГУ)

В области $D = \{(x,t) - 1 < x < 1, 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_t - \mu(x)u_{xxx} - a(x,t)u_{xx} + b(x,t)u_x + c(x,t)u + |u|^p u = f(x,t) \quad (1)$$

где, $\mu(x) > 0, \mu(0) = 0, \rho \geq 0, f(x,t)$ - заданная функция.

Предполагается, что коэффициенты уравнения (1) бесконечно дифференцируемые функции.

Нелокальная задача: Найти в области D решение уравнения (1) удовлетворяющее условиям

$$u|_{t=0} = u|_{t=T}, \quad u|_{x=-1} = u|_{x=1} = 0. \quad (2)$$

В работе [1] для уравнения (1) рассматривалась локальная краевая задача.

Обозначим $H(D)$ пространство функций, полученное замыканием функций из $C^3(Q)$, удовлетворяющих условиям (2) по норме

$$\|u\|_{H(D)}^2 = \int_D (\mu^2 u_{xxx}^2 + u_{xx}^2 + u_x^2 + u^2 + u^2) dD \quad (3)$$

Теорема. Пусть выполнены условия

$$a(x,t) - \frac{3}{2}|\mu'(x)| \geq \delta > 0, c(x,t) - \frac{b_x}{2} + \frac{\mu_{xxx}}{2} - \frac{a_{xx}}{2} \geq \delta_1 > 0, \quad (4)$$

$a(x,0) = a(x,T), b(x,0) = b(x,T), c(x,0) = c(x,T)$ и функция $f(x,t)$ такова, что $f(x,t), f_t(x,t) \in L_2(Q), f(x,0) = f(x,T)$. Тогда существует единственное решение задачи (1),(2) в $H(D)$.

Доказательство. Пусть $\{\varphi_j(x)\}$ - базис пространства $W_2^2(-1,1) \cap W_2^1(-1,1)$, составленный из собственных функций задачи

$$-\varphi_j'' = \lambda_j \varphi_j, \varphi_j|_{x=-1} = \varphi_j|_{x=1} = 0 \quad (5)$$

Приближенные решения задачи (1),(2) будем искать в виде. Галёркинских приближений

$$u^m(x, t) = \sum_{k+j=1}^m c_{jk}^m g_k(t) \varphi_j(x) \quad (6)$$

где,

$$g_0(t) = 1, g_{2l-1}(t) = \sin \frac{2\pi l}{T} t, g_{2l}(t) = \cos \frac{2\pi l}{T} t.$$

Постоянные c_{jk}^m определим из алгебраической системы уравнений

$$\int_D g_k \varphi_j L u^m dD = \int_D g_k \varphi_j f dD, \quad k+j=1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Далее, через c и будем обозначать различные положительные постоянные, не зависящие от m .

Получим равномерные по m оценки для Галеркинских приближений. (6) Для этого умножим (7) на c_{jk}^m и суммируя по $k+j$ получим

$$\int_D (u_t^m - \mu u_{xxx}^m - a u_{xx}^m + b u_x^m + c u^m + |u^m|^{\rho} u^m) u^m dD = \int_D f u^m dD \quad (8)$$

Из (8), интегрируя по частям в силу условий теоремы, получим

$$\int_D [(u^m)^2 + (u_x^m)^2 + |u^m|^{\rho+2}] dD \leq c \int_D f^2 dD \quad (9)$$

По лемме Вишика [3], из (9) следует разрешимость алгебраической системы (7).

Далее из (7) получим следующее равенство

$$\int_D (u_t^m - \mu u_{xxx}^m - a u_{xx}^m + |u^m|^{\rho} u^m) (-u_{xx}^m) dD = \int_D (f - b u_x^m - c u^m) (-u_{xx}^m) dD \quad (10)$$

Из этого равенства, интегрируя по частям и используя оценку (9), получим

$$\int_D [(u_{xx}^m)^2 + (u_x^m)^2 + (|u^m|^{\frac{\rho}{2}} u^m)_x]^2] dD \leq c \int_D f^2 dD \quad (11)$$

Нетрудно видеть, в силу условия теоремы из уравнения (1) следует что,

$$u_t \Big|_{t=0} = 0 = u_t \Big|_{t=T} \quad (12)$$

Далее рассмотрим следующий интеграл

$$\int_D (u_t^m - \mu u_{xxx}^m - a u_{xx}^m + b u_x^m + c u^m + (\rho+1) |u^m|^{\rho} u^m) u_t^m dD = \int_D (f_t - a_t u_{xx}^m - b_t u_x^m - c_t u^m) u_t^m dD \quad (13)$$

Из (13), интегрируя по частям в силу условий теоремы, а также оценки (9), (11) получим

$$\int_D [(u_{xt}^m)^2 + (u_t^m)^2 + (|u^m|^{\frac{\rho}{2}} u^m)_{xt}]^2] dD \leq C \int_D (f^2 + f_t^2) dD \quad (14)$$

Из уравнения (7) в силу оценок (9), (11), (14) имеем.

$$\mu(x) u_{xxx}^m \in L_2(D) \quad (15)$$

Из оценок (9), (11), (14), (15) следует ограниченность последовательности приближенных решений $\{u^m(x, t)\}$ в пространстве $H(D)$. Поскольку все производные, входящие в уравнение (7) квадратично суммируемы по области D , можно выбрать подпоследовательность $\{u^{m_k}\}$ и перейти к пределу по $m_k \rightarrow \infty$ в системе (7). Нетрудно проверить, что предельная функция принадлежит пространству $H(D)$. Поскольку система $\{g_k(t) \varphi_j(x)\}$ плотна $L_2(D)$, поступая аналогично, легко доказать что предельная функция $u(x, t)$, удовлетворяет уравнению (1) п.в.в D .

Тем самым существование решения задачи (1), (2) доказано. Докажем, теперь единственность этого решения. Если u, v есть решения задачи (1), (2) то $w = u - v$ удовлетворяет уравнению

$$w_t - \mu w_{xxx} - aw_{xx} + bw_x + cw + |u|^\rho u - |v|^\rho v = 0 \quad (16)$$

Рассмотрим следующий интеграл $\int_D (w_t - \mu w_{xxx} - aw_{xx} + bw_x + cw + |u|^\rho u - |v|^\rho v) w dD = 0$ и интегрируя его по частям, получим

$$\int_D (w^2 + w_x^2) dD + \int_{\partial D} \frac{\mu(x)}{2} w_x^2 dS + \int_D (|u|^\rho u - |v|^\rho v)(u - v) dD = 0 \quad (17)$$

В силу монотонности [2].

$$\int_D (|u|^\rho u - |v|^\rho v)(u - v) dD \geq 0 \quad (18)$$

По условию на $\mu(x)$ имеем.

$$\int_{\partial D} \frac{\mu(x)}{2} w_x^2 dS \geq 0 \quad (19)$$

Тогда в силу (18), (19) из (17) следует что $\int_D (w^2 + w_x^2) dD \leq 0$. Откуда следует, что $w = 0$ в D . Теорема доказана.

Литература

1. Гатабон В. Д. Краевая задача для одного класса уравнений нечетного порядка. Корректные краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. - Новосибирск, 1984. С 179-182.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. -М.: Мир, 1972. С. 588
3. Ларкин Н. А. и др. Нелинейные уравнения переменного типа -Новосибирск, 1983. С. 272.
4. Врагов В. Н. Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики. Новосибирск: НГУ, 1983. С. 82.

РЕЗЮМЕ

Ушбу мақолада чизикли бўлмаган учинчи тартибли битта тенгламага кўйилган нолокал масаланинг ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги кўрсатилган.

RESUME

In the article, existence and uniqueness of the solution to a nonlocal boundary problem for a partial differential equation of the third order are proved.

МУНДАРИЖА

ФИЗИКА

1. Куйлиев Б.Т.¹, Орлова Н.Д.², Позднякова Л.А.², Тухватуллин Ф.Х.³, Жумабаев А.Ж.³, Мейлиев Л.О.
Результаты исследования в широком интервале температур и давление полосы
 ν_1 метана и дейтерометана в спектрах комбинационного рассеяния.....3
2. Жумаев Т. Природа и молекулярные механизмы акустической релаксации в жидких
1,4-бутандиоле и его растворах с позиций неравновесной термодинамики.....6

МАТЕМАТИКА

3. Азамов А., Дилмуродов Н., Мамаюсупов Х. Улучшенный метод хе для нахождения
предельного цикла одной динамической системы.....12
4. Имомов А. О свойствах стационарных мер Q-процессов.....15
5. Абулов М.О. Нелокальная задача для одного нелинейного уравнения третьего порядка.....22

БИОЛОГИЯ

6. Собиров Р.З., Халимов М.З. Юрак мускулларининг электр фаоллиги ва уларга биологик фаол
моддаларнинг таъсири.....25
7. Рахматуллаев А.Ю., Рузиев Б.Х., Хамидов Б.А. Фауна дождевых червей Узбекистана.....28

ХИМИЯ

8. Камолов Л.С., Шодиев Г.Ч. Алкалоиды *delphinium semibarbatum*.....31

ТЕХНИКА ФАНЛАРИ

9. Якубов С.Х., Рахмонов А.А. Оптимизация параметров оболочек отрицательной
гауссовой кривизны при свободных колебаниях.....35
10. Садыков Ж.С., Хайридов Б.Э., Халимов Г.Г., Мансуров А.А., Рахимова К.К., Ашууров С.С.
Расчет свободноконвективного теплообмена на перфорированной солнечной
коллекторно-аккумулирующей стенке при наличии отсоса.....38

11. Мансуров А., Шойкулов А., Эшбоев Э., Ашууров С. Математическое моделирование
процесса изменения температуры грунта вблизи подземных вентиляционных каналов.....43

ИҚТИСОДИЁТ

12. Dilmurodov N., Dilmurodova I., Dilmurodov A. Bozor narxining o'zgarishini
modellashtirish haqida.....46
13. Ёзиев Г.Х. Иктисодий ўсишни таъминлашда ташқи қарзнинг ўрни.....49
14. Набиев Ф., Ўсмир-ўқувчиларни иктисодий муносабатларни ташкил этишига
тайёрлаш босқичлари.....54

ФАЛСАФА

15. Баймуродов С. Демографик вазият: мохияти ва таркиби.....56